

UNE MESURE DE LA BITD EN COMPTABILITÉ NATIONALE

Cet article propose une approche de la BITD en utilisant le tableau entrées-sorties (TES) de la comptabilité nationale. Après avoir passé en revue les avantages et limites des méthodes disponibles, il propose de retraiter le TES pour y ajouter un secteur spécifiquement BITD. En entrant la demande finale en produits militaires dans ce nouveau TES, l'article élabore une estimation de l'emploi dans la BITD.

LES MÉTHODES D'ESTIMATION EXISTANTES

DUNNE (1995) souligne la difficulté de disposer d'informations exhaustives sur la base industrielle et technologique de défense (BITD) car elle n'est pas repérée dans les nomenclatures statistiques. On ne connaît donc pas directement le nombre d'emplois qui sont générés par la production des systèmes d'armes sur le territoire national (R&D, industrialisation, maintenance, démantèlement). Il faut recourir à des estimations. Le plus souvent, elles découlent du chiffre d'affaires militaire réalisé par les entreprises car les ventes militaires sont l'information la plus facile à obtenir. Dès lors, deux méthodes sont classiquement utilisées.

L'estimation incomplète avec la méthode du taux de dépendance

La méthode du taux de dépendance consiste en une règle de proportionnalité. Le taux de dépendance de l'entreprise aux marchés militaires (chiffre d'affaires militaire/chiffre d'affaires total) est appliqué à l'emploi. Une entreprise dont le chiffre d'affaires est à 33 % militaire affecte 33 % de sa main d'œuvre à la production militaire. Il suffit ensuite d'additionner toutes les estimations individuelles pour évaluer l'emploi total dans la BITD.

Cette méthode a des inconvénients. Le premier est l'hypothèse de linéarité qui est faite entre volume des ventes militaires et volume de l'emploi pour la production militaire. Dans la réalité, elle n'est pas toujours vérifiée. Le chiffre d'affaires (ventes) est inférieur à la production lorsque celle-ci n'est pas vendue en totalité parce qu'une partie est stockée (exemple : les livraisons seront réalisées l'année suivante et non sur l'année en cours). De plus, la productivité du travail (nombre de travailleurs pour produire une unité) peut être différente entre la production civile et militaire. Par exemple, si la production militaire offre moins d'économies d'échelle que la production civile, la productivité y est plus faible. Pour produire 33 % de militaire, il faudra 40 % ou 50 % du facteur travail de l'entreprise (et pas 33 %). Le second inconvénient est que le chiffre d'affaires concerne en général la demande finale et pas la demande intermédiaire (*business to business*). L'emploi est calculé sur ce chiffre d'affaires réalisé avec la demande finale. Il est donc affecté sur les entreprises du haut de la filière pour laquelle il est surestimé (dans la réalité, ces entreprises sous-traitent) tandis qu'il est sous-estimé sur le bas de la filière (pas de prise en compte de la sous-traitance).

Une telle estimation donne cependant un ordre d'idée. Dans le cas britannique pour l'année 2017-18, 115 000 emplois sont estimés pour une demande finale ministérielle de 21,9 Md€⁽¹⁾, soit un chiffre d'affaires de 190 000 euros par ETP (MoD, 2019). Dans le cas des PME françaises, ANDRIEU (2019) trouve 145 000 euros par ETP et MOURA (2013) estime à 233 000 euros le chiffre d'affaires par salarié (il comptabilise toute la demande finale - y compris les exportations - et prend le nombre de salariés comme unité de mesure et pas les ETP).

L'estimation exhaustive mais imprécise avec la méthode input-output

La méthode des modèles input-output recourt aux tableaux entrées-sorties (TES). Formalisés par LEONTIEF à partir de 1941, ils sont un ensemble de tableaux de la comptabilité nationale retraçant, sur une année, la structure productive du pays (voir Encadré). En appliquant les taux de consommations intermédiaires des branches dans les divers produits qui existent dans l'économie, cette méthode remédie à l'incomplétude de la méthode du taux de dépendance car elle estime l'emploi tout au long de la filière industrielle (voir Encadré). La demande finale injectée engendre de l'emploi chez les maîtres d'œuvre et, par cascade, chez leurs fournisseurs de rang 1, rang 2, etc. jusqu'à épuisement de l'injection initiale (méthode de LEONTIEF). Travaillant avec le même type de données (essentiellement des chiffres d'affaires), cette méthode évalue mieux l'emploi que celle du taux de dépendance.

(1) Taux de conversion retenu : 1 livre = 1,16 euros.

Vincent-Guillaume ASSOGBA

Docteur en économie, GREThA - UMR CNRS 5113, Université de Bordeaux.

Sylvain MOURA

Adjoint au Secrétaire Général de l'OED.

L'Observatoire Économique de la Défense diffuse EcoDef par messagerie électronique (format pdf).

Si vous êtes intéressé par cette formule, veuillez adresser un courriel à :

daf.oed.fct@intradef.gouv.fr

Découvrez toutes les publications du secrétariat général pour l'administration sur :

Internet :

www.defense.gouv.fr/sga

Intranet :

www.sga.defense.gouv.fr



Elle possède des limites conceptuelles lorsqu'elle est utilisée au niveau macroéconomique pour étudier les impacts à la hausse ou à la baisse de la demande finale : hypothèse de la stabilité des coefficients, linéarité du modèle, absence de contraintes sur l'offre (WEST, 1995). Ces limites n'étant pas bloquantes, les auteurs recourent à la méthode input-output pour des études d'impacts sectoriels sur horizon temporel court (calculs de multiplicateurs). LEE (2016) calcule le nombre d'emplois perdus suite à la perte d'un emploi militaire dans les zones touchées par les fermetures de bases militaires aux États-Unis. CATIN et NICOLINI (2005) estiment l'effet multiplicateur en emplois de la présence de la Direction des chantiers navals militaires dans le Var. À côté des études d'impact, le modèle de LEONTIEF est utilisé pour les estimer les emplois de la BITD canadienne (gouvernement canadien, 2018), ceux liés aux exportations militaires de la France (MOURA et OUDOT, 2014) ou ceux résultant des commandes du ministère de la Défense espagnol (GARCIA et alii, 2018). Ces estimations manquent de précision, car la BITD n'est pas un secteur référencé explicitement dans les nomenclatures de la comptabilité nationale (le même problème apparaît pour les analyses qui concernent l'environnement). Aussi pour fonctionner, la méthode fait l'hypothèse de l'isomorphisme : on suppose que la BITD utilise les mêmes relations inter-industrielles (*business to business*) que l'économie dans son ensemble (périmètre sur lequel les relations sont connues grâce aux tableaux de la compatibilité nationale de l'INSEE). L'estimation perd en précision car, dans la réalité, la BITD a des spécificités et a donc toutes les chances de connaître des relations inter-industrielles qui diffèrent de celles de l'économie globale. Le gouvernement canadien (2018, op. cit.) note que la BITD canadienne a une part plus élevée d'ingénieurs et de scientifiques que le reste de l'industrie manufacturière et affiche une intensité en R&D plus élevée. MOURA (2018) montre que la BITD française collabore davantage avec le secteur public pour les activités de R&D. En conclusion, la méthode du TES est pertinente mais le TES, outil à la base de son application, doit faire l'objet de retraitements pour gagner en précision dans l'estimation de l'emploi.

LE RETRAITEMENT DU TES

De tels retraitements ont été développés dans la littérature pour les cas de l'énergie et de l'environnement, celui de l'énergie étant le plus proche de celui de l'armement, car c'est un secteur qui n'existe pas dans les nomenclatures d'activités (alors que celui de l'énergie se déduit des briques existantes dans les nomenclatures).

Le choix de l'Augmented Leontief Model

MILLER et BLAIR (2009) ont présenté les principales méthodes utilisées pour étudier le secteur de l'environnement à partir du TES. Ces méthodes ont été adaptées pour répondre à des problématiques sectorielles diverses : les questions environnementales (HE et alii, 2019 ; RUIZ-PENALVER et alii, 2019), les impacts des ports sur une économie (JUN et alii, 2018 ; WANG ET WANG, 2019), le rôle de l'industrie marine en Chine (WANG ET WANG, 2019b) ou en Irlande (MORISSEY et O'DONOGHUE, 2013). MILLER et BLAIR formalisent deux grands cadres méthodologiques : la « *Generalized Input-Output Analysis* » et l'« *Augmented Leontief Model* » (modèle de LEONTIEF augmenté).

(2) Le modèle de GHOSH est la deuxième variante des modèles d'analyses entrées-sorties. Il est dit orienté « offre » tandis que celui de LEONTIEF est orienté « demande ».

Dans le cas de la BITD, nous avons fait le choix du modèle de LEONTIEF augmenté. Ce choix est justifié par les données dont nous disposons et par le fait que la « *Generalized Input-Output Analysis* » est surtout réservée aux problématiques de planification (l'estimation simultanée des effets d'une dépense supplémentaire sur plusieurs pans de l'économie -emplois, pollution, investissements, etc.-). L'*Augmented Leontief Model* est caractérisé par l'augmentation du TES (l'ajout du secteur BITD dans notre cas) de façon à pouvoir calculer une matrice des coefficients techniques et par conséquent une matrice inverse de LEONTIEF. Notons ici que ce rajout est effectué en gardant inchangés les agrégats de l'économie (production totale, demande totale, etc.).

Construction d'un TES augmenté : les possibles

La figure 1 répertorie les différentes possibilités de construction du TES augmenté en fonction des données disponibles. L'objectif est d'ajouter un secteur au TES (secteur additionnel, ici la BITD) pour en tenir compte dans les comptes de la Nation.

Cas 1, variante 1

La production totale du secteur additionnel (BITD) n'est pas connue. Il faut donc disposer de la demande finale adressée à ce secteur ainsi que de ses ventes intermédiaires. Les coefficients techniques correspondant au secteur additionnel sont calculés et on émet l'hypothèse que ses achats intermédiaires, lorsqu'ils sont inconnus, sont égaux à 0 (donc les coefficients techniques correspondants sont eux aussi égaux à 0). Le nouveau vecteur de la production totale augmentée est ensuite estimé en rajoutant dans la matrice (I-A) une ligne correspondant aux valeurs des coefficients techniques et une colonne avec des « 0 » (les coefficients techniques) sauf pour le dernier élément qui est égal à 1 (la matrice identité moins 0). Si les données permettent une correction du double comptage, les matrices seront recalculées avec la valeur de la production totale trouvée et les éléments des tableaux corrigés. Si en revanche une correction du double comptage ne s'avère pas possible, les coefficients tels quels, seront pris pour calculer les multiplicateurs.

Cas 1, variante 2

Dans le cas où la production totale n'est pas disponible mais les achats intermédiaires du secteur additionnel le sont (et pas des ventes intermédiaires), le modèle de GHOSH est appliqué si la valeur ajoutée est connue. Puis, on retrouve la matrice inverse de LEONTIEF avec l'expression de l'inverse de LEONTIEF B en fonction de l'inverse de GHOSH D.

Cas 1, variante 2 bis

La différence entre cette variante et la précédente réside dans l'utilisation de taux de dépendance à la nouvelle activité pour estimer les valeurs de la production et de la valeur ajoutée brute de la défense⁽³⁾.

(3) Dans notre cas, les taux de dépendance sont connus. Ils se définissent comme la part des activités relatives à la production militaire dans le chiffre d'affaires total du périmètre de la branche considérée. Plus précisément, trois taux existent :

- Taux de dépendance absolu sur l'ensemble de la branche considérée = Somme chiffre d'affaires militaire / somme chiffre d'affaires (pour toutes les entreprises du secteur A38 considéré) ;
- Taux de dépendance absolu partiel sur le périmètre militaire = Somme chiffre d'affaires militaire / somme chiffre d'affaires (pour les seules entreprises militaires du secteur A38 considéré) ;
- Taux de dépendance moyen partiel = [chiffre d'affaires militaire / somme chiffre d'affaires (pour les seules entreprises militaires du secteur A38 considéré)] / Nombre d'entreprises dans le périmètre considéré de la branche.

L'utilisation d'un de ces taux pour déterminer la production estimée de la défense permet d'obtenir directement (sans passer par l'égalité entre les matrices de GHOSH et LEONTIEF) les matrices de LEONTIEF (coefficients techniques et matrice inverse).

Cas 2

Dans les cas où la production est connue, les méthodes précédentes sont appliquées à l'exception des étapes d'estimation de la valeur de la production totale du secteur additionnel.

La question du double comptage

Ces méthodes souffrent d'une limite additionnelle aux reproches qui sont faits classiquement aux TES et aux méthodes d'analyse entrées-sorties (ASSOGBA, 2018). Il s'agit du double comptage dans les consommations intermédiaires. En effet, les entreprises et activités comptabilisées dans la BITD avaient déjà été ventilées dans les différentes branches de la nomenclature d'activités nationale. L'ajout de la BITD au TES, en maintenant les agrégats inchangés, implique l'extraction de la part déjà comptabilisée de la BITD dans chaque branche du TES classique et sa réaffectation à la BITD. Dans le cas présent, nous avons pu, grâce aux taux de dépendance, effectuer ces opérations sur les ressources et les emplois du TES. Les valeurs du tableau entrées-sorties n'ont pu être traitées. Le meilleur moyen pour éliminer le double comptage du tableau entrées-sorties serait d'agir dès la collecte des données en distinguant clairement les parts d'activités militaires des différents éléments de la nomenclature existante. Néanmoins, étant donné que nous raisonnons en termes de grandeur pour les estimations de l'emploi lié à la BITD, cette limite a un effet marginal sur nos conclusions.

Les raisonnements en branches et en secteurs

Les TES sont construits à partir des branches d'activités regroupées dans la nomenclature d'activités française. Les branches d'activités sont le fruit d'une construction théorique des économistes. Elles sont définies comme un regroupement d'unités de productions homogènes, c'est-à-dire d'unités dont les produits fabriqués appartiennent au même item de la nomenclature d'activités (classification des activités économiques). Le secteur répond au besoin de distinction des centres de décisions que sont les entreprises. En effet, le secteur regroupe les entreprises qui ont la même activité principale. Ce n'est donc pas un concept homogène (les entreprises catégorisées peuvent avoir des activités secondaires). Dans le cas présent, nous posons l'hypothèse que les secteurs sont équivalents aux branches. En effet, les données relatives à l'activité de défense sont regroupées en secteurs. De plus, les données utilisées sont relatives uniquement aux parts des activités des entreprises liées à la défense. Notre secteur additionnel se rapproche donc sensiblement de la définition de la branche.

L'UTILISATION D'UN TES AUGMENTÉ BITD

La méthode de construction retenue

Le TES augmenté est le TES symétrique français de 2015 base 2014 au niveau A38 en millions d'euros, disponible sur le site internet de l'INSEE. En raison des informations disponibles, la deuxième variante 2bis du cas 1 est retenue.

Le choix du taux de dépendance

Il reste à choisir le taux de dépendance parmi les trois disponibles. Les taux moyens sont écartés. En effet, notre problématique n'est pas de raisonner par entreprise mais sur l'ensemble du périmètre des branches. Les taux moyens nous renseignant sur la dépendance observée en moyenne par entreprise de chaque branche, leur utilisation ne serait pas pertinentes. De plus, la moyenne introduirait un biais lié à la disparité du nombre d'entités dans chaque branche considérée. Restent les taux absolus partiels et les taux absolus sur l'ensemble des entreprises. Ici encore, l'objectif étant d'avoir une vision de la part de la défense dans l'ensemble des branches de l'économie, les taux partiels conduiraient à ignorer une partie de l'information nécessaire pour aboutir à une vision la plus proche de la réalité possible. Par conséquent, les taux de dépendance absolus par branche sont retenus.

Le résultat de l'estimation

Le TES ainsi augmenté de la BITD permet de donner une estimation de l'emploi dû à la demande finale adressée aux entreprises de la BITD en faisant jouer la méthode de LEONTIEF. Pour l'année 2016, elle s'établit à 114 199 emplois (nombre de travailleurs) pour une demande finale militaire de 19 213 M€, soit 168 000 euros de demande finale par emploi⁽⁴⁾. En suivant GARCIA et alii (2018), cette estimation peut être décomposée en deux effets : l'effet d'ordre 1 (il correspond à l'activité générée dans les entreprises qui servent directement la demande finale) et l'effet d'ordre 2 (il est dû à l'effet sur la sous-traitance). L'effet d'ordre 1 concerne 70 838 travailleurs et celui de second ordre 43 361.

Cet article a repris la méthode de MOURA ET OUDOT (2017) pour cerner la BITD. Il a ensuite utilisé des données rares, liées aux chiffres d'affaires militaire (exportations, demande finale, consommations intermédiaires) pour proposer un TES modifié de la comptabilité nationale qui intègre une branche BITD. Ainsi, il a pu estimer l'emploi de la BITD en utilisant la méthode de LEONTIEF, tout en gardant à l'esprit les limites inhérentes à celle-ci (stabilité des coefficients techniques de production, linéarité du modèle, absence de contrainte sur l'offre).

Afin d'obtenir une évaluation complète de l'emploi lié à la BITD, la prochaine étape pourra consister à évaluer l'emploi induit, celui-ci étant défini comme l'emploi généré par les dépenses de consommation de tous les salariés de la BITD.

(4) L'estimation avec le TES non augmenté donne 140 600 emplois soit 137 000 euros de demande finale par emploi. Ces chiffres s'expliquent par le fait que le TES non augmenté, reflétant l'économie, intègre beaucoup plus le secteur des services que le TES augmenté dans lequel la BITD travaille davantage avec l'industrie et les secteurs de la recherche. Or, ces deux domaines voient une productivité du travail plus forte que dans de nombreux secteurs des services, d'où un nombre d'emplois inférieurs pour un même volume de demande finale.

Figure 1 : Méthodologies pour construire un "Augmented Leontief Model"

Cas	Variante	Informations indispensables	Processus
Cas 1 (Production du secteur additionnel inconnue)	Variante 1	Demande finale adressée au secteur additionnel	Modification du TES et des matrices (I-A) et demande finale
		Ventes intermédiaires du secteur additionnel aux autres branches	Estimation de la production du secteur additionnel avec l'égalité de Leontief Si correction du double comptage possible, calcul des multiplicateurs avec les nouvelles valeurs Si non, utilisation de la matrice (I-A) augmentée pour calculer les multiplicateurs
	Variante 2	Achats intermédiaires du secteur additionnel en produits des autres branches	Modification du TES
			Calcul de la matrice inverse de GHOSH ⁽¹⁾ Utilisation de l'équivalence entre les matrices inverses de Ghosh et de Leontief
	Variante 2 bis	Achats intermédiaires du secteur additionnel en produits des autres branches Taux de dépendance	Modification du TES avec, entre autres, les taux de dépendance Calcul des matrices de Leontief
	Cas 2 (Production du secteur additionnel connue)	Variante 1	Idem Cas 1
Variante 2		Idem Cas 1	Calcul des matrices de Leontief directement
Variante 2 bis		Idem Cas 1	Idem, sauf l'usage des taux de dépendance pour estimer la valeur de la production additionnelle

(1) Le modèle de Ghosh est la deuxième variante des modèles d'analyses entrées-sorties. Il est dit orienté « offre » tandis que celui de Leontief est orienté « demande ».

Données sur la BITD

Les données sur la BITD concernent l'année 2015 (voir *Annuaire Statistique de la Défense*, éd. 2018). Pour l'ensemble des unités légales la composant, on dispose du montant de la demande finale interne (étatique), des importations et des exportations ainsi que de la demande en consommation intermédiaire au rang 1. Les données sur les secteurs de l'économie proviennent de l'INSEE (source FARE).

Le tableau entrées-sorties

Le tableau entrées-sorties (TES) de la comptabilité nationale dresse, à un instant donné, une image du fonctionnement d'une économie, sur un territoire donné, à travers l'ensemble des échanges, productions et consommations des secteurs et agents la composant (**Figure 2**).

Regroupant l'ensemble des flux d'échanges entre les différentes branches d'une économie, sur une année et un périmètre géographique donné, ces tableaux sont la base des modèles input-output.

Un TES est composé de cinq tableaux : le tableau des ressources en produits retraçant l'origine et les ressources disponibles de chaque produit évaluées au prix d'acquisition ; le tableau des entrées intermédiaires composé des échanges interbranches de produits concourant à la production finale de biens et services ; le compte de production par branche affichant la production totale ainsi que la valeur ajoutée par branche ; le compte d'exploitation des branches donnant la décomposition de la ventilation de la valeur ajoutée ; le tableau des emplois finals ventilant les usages finals des produits.

Les opérations décrites dans le TES sont liées par une relation d'équilibre entre les ressources et les emplois. Les ressources sont constituées par la production, les importations et les impôts nets de subventions sur les produits. Les emplois sont constitués des consommations intermédiaires, des dépenses de consommation finale, de la formation brute de capital fixe, de la variation des stocks, des acquisitions moins les cessions d'objets de valeur et des exportations. Ainsi, l'équilibre emplois-ressources s'écrit :

Production + Importations + Marges de commerce et de transport + Impôts, nets de subventions, sur les produits = Consommation intermédiaire + Dépenses de consommation finale + Formation brute de capital fixe + Variations de stocks + Acquisitions moins cessions d'objets de valeur + Exportations.

Figure 2 : Éléments constitutifs d'un tableau entrées-sorties



Les modèles d'estimation input-output

A partir du TES et de l'équation d'équilibre, deux principaux modèles d'analyses input-output sont distingués : le modèle de LEONTIEF et le modèle de GHOSH.

Le modèle de Leontief

Par convention, les symboles en lettres capitales représenteront les matrices ou les vecteurs, tandis que les symboles en minuscules représenteront leurs composantes. Supposons ainsi une économie à n branches tel que $i = j = 1, 2, \dots, n$. Appelons :

p_i	la production totale de la branche i
P	le vecteur des productions totales de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}$
z_{ij}	la consommation intermédiaire de la branche j en produits issus de la branche i
Z	la matrice des consommations intermédiaires de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & \dots & z_{nn} \end{pmatrix}$
cf_i	la consommation finale domestique en produit i issue des ménages, de l'administration publique et des institutions sans but lucratif au service des ménages
CF	le vecteur de la consommation finale domestique de l'économie étudiée issue des ménages, de l'administration publique et des institutions sans but lucratif au service des ménages $\begin{pmatrix} cf_1 \\ \vdots \\ cf_n \end{pmatrix}$
$fbci$	la formation brute de capital du produit provenant de la branche i
FBC	le vecteur de la formation brute de capital de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} fbc_1 \\ \vdots \\ fbc_n \end{pmatrix}$
f_i	la demande finale domestique adressée au produit i telle que $f_i = cf_i + fbc_i$
F	le vecteur de la demande finale domestique de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$
x_i	les exportations en produit i
X	le vecteur des exportations de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$
m_i	les importations en produit i
M	le vecteur des importations de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}$
v_i	la valeur ajoutée de la branche i
V	le vecteur des valeurs ajoutées de l'économie étudiée $\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$

$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}$ est le vecteur de la production qui retrace la production totale des n branches de l'économie ; $Z =$

$\begin{pmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & \dots & z_{nn} \end{pmatrix}$ la matrice des consommations intermédiaires qui renseigne sur les échanges de biens intermédiaires

entre les branches ; $F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$ le vecteur de la demande finale, $I = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ la matrice identité à n lignes et $A =$

$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ la matrice des coefficients techniques⁽⁵⁾.

(5) Le coefficient technique résulte du rapport entre la consommation intermédiaire en produit i d'une branche j , et la production totale de la branche j . On l'interprète comme étant la quantité de produit i consommée, nécessaire à la production d'une unité du produit de la branche consommatrice. Ces coefficients sont supposés constants dans le temps.

Les modèles d'estimation input-output

L'équation de base du modèle de Leontief (l'équilibre emploi-ressources) est : $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{I} + \mathbf{F}$; sous sa forme développée :

$$\begin{cases} p_1 = z_{11} + \dots + z_{1j} + \dots + z_{1n} + f_1 \\ \vdots \\ p_i = z_{i1} + \dots + z_{ij} + \dots + z_{in} + f_i \\ \vdots \\ p_n = z_{n1} + \dots + z_{nj} + \dots + z_{nn} + f_n \end{cases} \quad (1)$$

D'après la définition de Leontief, le coefficient technique $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{p_j} \Leftrightarrow z_{ij} = a_{ij} * p_j$ avec $0 \leq a_{ij} \leq 1$.

L'équation (1) devient par conséquent :

$$\begin{cases} p_1 = a_{11} * p_1 + \dots + a_{1j} * p_j + \dots + a_{1n} * p_n + f_1 \\ \vdots \\ p_i = a_{i1} * p_1 + \dots + a_{ij} * p_j + \dots + a_{in} * p_n + f_i \\ \vdots \\ p_n = a_{n1} * p_1 + \dots + a_{nj} * p_j + \dots + a_{nn} * p_n + f_n \end{cases}$$

Soit : $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{p_j}$; sous forme matricielle, elle devient : $\mathbf{A} = \mathbf{Z} \cdot \hat{\mathbf{P}}^{-1} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{P}^{-1(6)}$, avec

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}; \hat{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_n \end{pmatrix} \text{ et } \hat{\mathbf{P}}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1/p_n \end{pmatrix}$$

Remplaçons maintenant Z par son expression en fonction de A et P ($\mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}$), dans l'équation :

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{I} + \mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{P} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} + \mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{P} - \mathbf{A}\mathbf{P} = \mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{P}(\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{F};$$

avec \mathbf{I} , la matrice identité telle que $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Cette dernière égalité permet de répondre à l'une des questions fondamentales du modèle qui est de prévoir les niveaux de production nécessaires à la satisfaction d'une variation donnée de la demande finale. Dans cette équation, la seule inconnue est la matrice P étant donné que la demande est considérée comme exogène et connue et que les hypothèses de stabilité des coefficients techniques conduit à reprendre les derniers coefficients techniques connus pour l'économie étudiée.

Nous devons ainsi résoudre un système de n équations à n inconnues de la forme :

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})p_1 - \dots - a_{1i}p_i - \dots - a_{1n}p_n &= f_1 \\ \vdots \\ -a_{i1}p_1 - \dots + (1 - a_{ii})p_i - \dots - a_{in}p_n &= f_i \\ \vdots \\ -a_{n1}p_1 - \dots - a_{ni}p_i - \dots + (1 - a_{nn})p_n &= f_n \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{P}(\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{F}$$

Le système admet une solution de la forme :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{F}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \left(\frac{1}{|\mathbf{I} - \mathbf{A}|} \right) [\text{adj} \quad (\mathbf{I} - \mathbf{A})] = \left(\frac{1}{|\mathbf{I} - \mathbf{A}|} \right) \begin{pmatrix} |\mathbf{I} - \mathbf{A}| & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |\mathbf{I} - \mathbf{A}| & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & |\mathbf{I} - \mathbf{A}| \end{pmatrix}$$

(6) L'accent circonflexe indique une matrice diagonale. La matrice diagonale est une matrice où tous les éléments, à l'exception de ceux de la diagonale principale, sont nuls.

Les modèles d'estimation input-output

La matrice $(I - A)^{-1}$ correspond à la matrice inverse de Leontief. Notée B tel que $B = (I - A)^{-1}$

$$\text{(avec } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{ij} & \dots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}),$$

elle est au cœur du modèle de LEONTIEF. En effet, c'est elle qui renseigne sur les effets directs et indirects que la demande finale peut avoir sur les différentes branches de l'économie.

$$B = (I - A)^{-1} = (I + A + A^2 + A^3 + \dots) = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

Le modèle de GHOSH

Le modèle de GHOSH est un modèle orienté offre qui considère, *a contrario* de celui de LEONTIEF, que ce n'est pas la demande qui est exogène mais plutôt l'offre représentée par la matrice des valeurs ajoutées V (encore appelée matrice des inputs primaires). En effet, GHOSH est parti du constat que les hypothèses de LEONTIEF sont valides dans une économie caractérisée par des ressources abondantes, permettant de faire face à toute variation de la demande, à prix donné. Mais dans un marché monopolistique où la plupart des ressources sont rares, le modèle de Leontief est discutable. La rareté des ressources conduit à une situation d'arbitrage dans l'allocation des ressources aux différentes branches en vue de ne satisfaire qu'une partie de la demande finale. GHOSH a ainsi introduit la notion de coefficients de débouchés ou d'allocation. Ces coefficients expriment la portion du total de production de la branche i qui est vendue à la branche j. Pour deux branches i et j, le coefficient de débouché s'obtient de la manière suivante : $c_{ij} = \frac{z_{ij}}{p_i}$. A l'instar des coefficients techniques, ils sont supposés stables. D'abord appliqué aux pays en développement et/ou à économie planifiée, le modèle de GHOSH a été utilisé pour étudier des économies industrialisées (TORRE, 1993).

Pour établir les principales variables de ce modèle, partons de l'équation $P' = i'Z + V'$. Cette équation a été obtenue suivant l'optique de l'offre, étant donnée l'expression de la production en fonction de la matrice des inputs primaires.

$$\text{Posons ensuite } C \text{ comme étant la matrice des coefficients de débouchés ; } C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2j} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \dots & c_{ij} & \dots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nj} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}.$$

Cette matrice peut aussi s'exprimer par : $C = \hat{P}^{-1} \cdot Z$ avec

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow \hat{P}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1/p_n \end{pmatrix}.$$

En remplaçant Z par son expression en fonction de C dans l'équation $P' = i'Z + V'$, nous obtenons⁽⁷⁾ :

$$P' = i'\hat{P}C + V' = P'C + V' \Leftrightarrow P' = V'(I - C)^{-1} \Leftrightarrow P = (I - C)^{-1}V$$

De la dernière égalité, nous pouvons tirer l'élément central du modèle de Ghosh, la matrice inverse notée D tel que

$$D = (I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1j} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2j} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{i1} & d_{i2} & \dots & d_{ij} & \dots & d_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nj} & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

La relation mathématique entre les matrices de LEONTIEF et de GHOSH

Reprenons $A = Z \cdot \hat{P}^{-1}$ et $C = \hat{P}^{-1} \cdot Z$; $C = \hat{P}^{-1} \cdot Z \Leftrightarrow Z = (\hat{P}) \cdot C$.

Remplacé dans la première, nous obtenons :

$$A = (\hat{P}) \cdot C \cdot \hat{P}^{-1} \Leftrightarrow B = (\hat{P}) \cdot D \cdot \hat{P}^{-1}$$

De façon équivalente, nous obtenons également :

$$C = \hat{P}^{-1} \cdot C \cdot (\hat{P}) \Leftrightarrow D = \hat{P}^{-1} \cdot B \cdot (\hat{P})$$

(7) $i'\hat{P} = P'$ suivant les propriétés algébriques d'une matrice diagonale.

BIBLIOGRAPHIE

- Andrieu Y-M. (2019), « Hausse sur trois ans des emplois liés directement aux pme régionales fournisseurs du ministère des armées », *Ecodef*, n° 130, juin.
- Assogba G. (2018), « Les dynamiques industrielles des filières : Une application au domaine des oléo-protéagineux », *Thèse pour le doctorat d'économie*, Université de Bordeaux.
- Blair P. D. et Miller R. E. (2009), *Input-output analysis: foundations and extensions* (2nd ed), Cambridge [England] ; New York: Cambridge University Press.
- Catin M. et Nicolini V. (2005), « Les effets multiplicateurs des dépenses militaires de la DCN Toulon sur l'économie varoise », *Revue d'Économie Régionale & Urbaine*, 2005(4) : 451-480.
- Dunne P. (1995), « The defense industrial base », *Handbook of Defense Economics*, 1(14) : 400-430.
- García J. R., Murillo J., Suriñach J. et Vayá E. (2018), « Economic impact of the ministry of defence's budget : methodological design and results for the Spanish economy », *Defence and Peace Economics*, 29(4): 459-473.
- Gouvernement du Canada (2018), « Etat de l'industrie canadienne de la défense », *Rapport*.
- He H., Reynolds C. J., Li L., Boland J. (2019), « Assessing net energy consumption of Australian economy from 2004-05 to 2014-15 : Environmentally-extended input-output analysis, structural decomposition analysis, and linkage analysis », *Applied Energy*, 240 : 766-777.
- Jun W. K., Lee M-K., Choi J. Y. (2018), « Impact of the smart port industry on the Korean national economy using input-output analysis ». *Transportation Research Part A : Policy and Practice*, 118: 480-493.
- Lee J. (2016), « The Regional Economic Effects of Military Base », *Defence and Peace Economics*, 29(3) : 294-311.
- Leontief W. (1941), *The Structure of the American Economy*, Cambridge Massachusetts, Harvard University Press.
- Ministry of Defence (2019), « MOD Regional Expenditure with UK Industry and Commerce and Supported Employment 2017/18 », 31 janvier.
- Morrissey K., & O'Donoghue C. (2013), « The role of the marine sector in the Irish national economy: An input-output analysis ». *Marine Policy*, 37 : 230-238.
- Moura S. (2013), « Une mesure de l'activité des entreprises liées à la défense », *Revue Défense Nationale*, 757 : 41-46.
- Moura S. (2018), *EcoDef n°117*, « R&D militaire : le lien Industrie-État », *Ecodef*, n° 117.
- Moura S. et Oudot J-M. (2014), « Le rôle clé de la BITD dans les exportations civiles et militaires de la France », *Ecodef*, n° 68.
- Nakano S., Arai S., Washizu A. (2018), « Development and application of an inter-regional input-output table for analysis of a next generation energy system », *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 82: 2834-2842.
- Ruiz-Peñalver S. M., Rodríguez M., & Camacho, J. A. (2019), « A waste generation input output analysis: The case of Spain », *Journal of Cleaner Production*, 210: 1475-1482.
- Wang X., Huang K., Yu Y., Hu T., Xu Y. (2016). « An input-output structural decomposition analysis of changes in sectoral water footprint in China », *Ecological Indicators*, 69: 26-34.
- Wang Y. & Wang N. (2019), « The role of the port industry in China's national economy: An input-output analysis », *Transport Policy*, 78: 1-7.
- Wang Y. & Wang N. (2019b), « The role of the marine industry in China's national economy : An input-output analysis », *Marine Policy*, 99: 42-49.
- West G.R. (1995), « Comparison of Input-Output, Input-Output Econometric and Computable General Equilibrium Impact Models at the Regional Level », *Economic Systems Research*, 7, 209-227.

À PARAÎTRE

La géographie des retraites militaires des armées – EcoDef Études

Observatoire Économique de la Défense (SGA/DAF/OED)

Balard parcelle Ouest
60 Boulevard du Général Martial Valin • CS 21623 • 75509 Paris CEDEX 15
Directeur de la publication : Christophe Mauriet
Rédacteur en chef : Christian Calzada
Pour vous abonner > Mél : daf.oed.fct@intradef.gouv.fr

Impression > SGA/SPAC/PGP
IISN 1293-4348